УДК 539.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СЕКТОРОВ ВЕДУЩЕГО УСТРОЙСТВА

В.Н. Барашков

НИИ прикладной математики и механики при Томском государственном университете
E-mail: ger@mail.tomsknet.ru

Представлена методика расчета квазистатического пространственного напряженно-деформированного состояния ведущего устройства при метании стержня. Методика позволяет моделировать его поведение при интенсивном нагружении и в некоторой мере заменяет дорогостоящие экспериментальные исследования по отработке конструкции сборки, подбору материалов, величин внешних нагрузок относительно дешевым и оперативным численным экспериментом. Задача упругопластического деформирования решается с помощью вариационно-разностного метода. Физические соотношения принимаются согласно теории малых упругопластических деформаций. Геометрические соотношения берутся в виде уравнений Коши. Физически нелинейная задача решается методом переменных параметров упругости.

1. Введение

Процесс высокоскоростного метания характеризуется высокой интенсивностью действующих нагрузок на метаемые элементы и вспомогательные, т.н. ведущие устройства (ВУ), с помощью которых осуществляется разгон сборки. Повышение скорости метания элементов приводит к увеличению действующих на сборку нагрузок, нежелательному уровню деформаций и напряжений и, как следствие, разрушению, как самой сборки, так и метательной установки (МУ).

Вследствие того, что экспериментальные исследования компоновочных схем подобных конструкций являются необходимым и обязательным этапом при их проектировании и отработке, и учитывая большие временные, финансовые и экономические затраты при проведении этих работ, естественным является стремление проектировщиков и конструкторов использовать математические методы механики деформируемого твердого тела для моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкции при метании с целью сокращения экспериментальных испытаний. Поэтому наличие методик анализа НДС подобных конструкций, основанных на современных численных методах, является обязательным при их проектировании.

В работе анализ деформирования ВУ при метании проводится в квазистатической постановке, обоснование которой представлено в [1]. Для работы с появляющимися согласно принципу Даламбера [2] фиктивными массовыми силами вводится понятие коэффициента перегрузки (или просто перегрузки N), который определяется отношением ускорения тела a в данный момент к ускорению силы тяжести g: $N = a/g$. Получаемая при этом система нагрузок является самоуравновешенной, а из рассмотрения исключается постоянная составляющая осевых перемещений конструкции.

Определение трехмерного упругопластического НДС проводится вариационно-разностным методом (ВРМ) [3–5] с использованием выражений для представления пространственных производных через интеграл по замкнутой поверхности. Реализация системы линейных алгебраических уравнений большого порядка относительно искомых перемещений, к которой приводит использование необходимого условия экстремума сеточного аналога функционала полной потенциальной энергии системы, проводится итерационным методом верхней релаксации с использованием оптимального коэффициента релаксации. Физически нелинейная задача решается с помощью соотношений деформационной теории пластичности и метода переменных параметров упругости. Нелинейная зависимость интенсивности напряжений от интенсивности деформаций аппроксимируется ломаной двухзвенной линией.

2. Расчет НДС секторов ВУ

Рассматривается задача определения НДС состоящей из стержня и ВУ сборки (рис. 1) при метании. Причиной пространственной постановки задачи является конструктивная трехмерность ВУ. На левом торце сборки приложено давление газа P, посредством которого она разгоняется в трубе МУ. Задача решается в декартовой системе координат x, y, z.

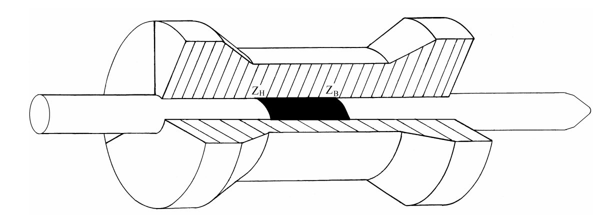
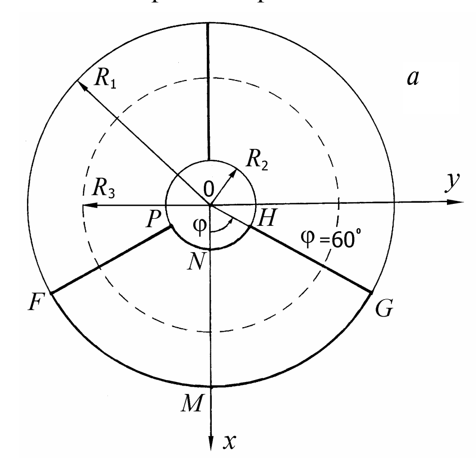


Рис. 1. *Метаемая сборка*

ВУ типа "катушка" состоит из трех одинаковых секторов *FPNHGM* (рис. 2, *а*), между гранями которых находится герметик, предотвращающий прорыв газов. Сектора ВУ со стержнем крепятся по части контактной поверхности "стержень-сектор ВУ" радиусом R_2, ограниченной осевыми координатами Z_H и Z_B, с помощью резьбового соединения, называемого гребёнкой, и которое здесь не рассматривается. На сделанном разрезе одного из секторов ВУ темным цветом и величинами Z_H и Z_B осевой координаты z обозначена зона гребёнки, включающая в себя часть поверхностей стержня и секторов.

Стержень, выполненный из твердого сплава, считается недеформируемым и его НДС не анализируется. Но при постановке задачи его масса, которая равна 2 кг, учитывается при определении коэффициента перегрузки N осевых массовых сил и приложенного на гребёнке сдвигового напряжения CDB, появляющегося при движении сборки в трубе МУ. Исследуемые сектора ВУ изготовлены из изотропного материала с меньшей плотностью, нежели плотность материала стержня.



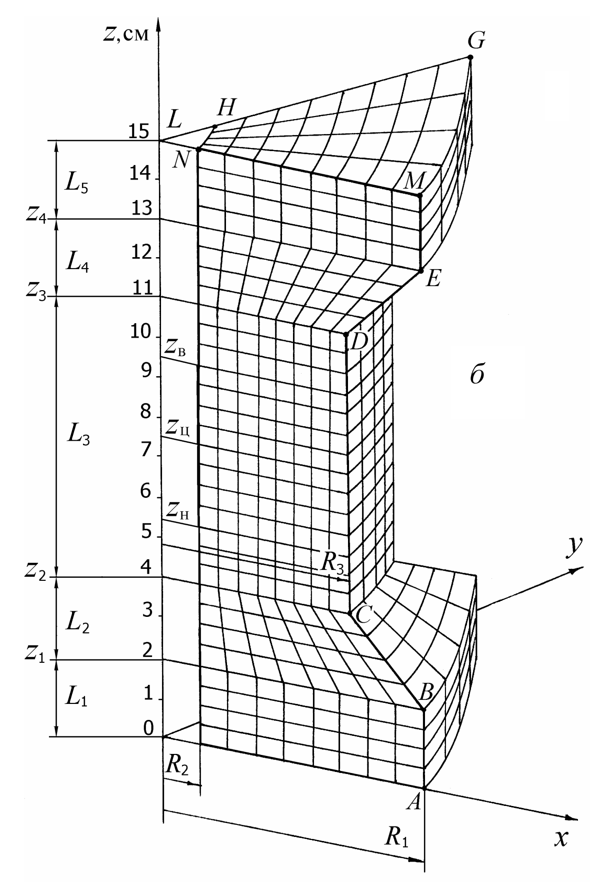


Рис. 2. *Геометрия секторов ВУ и вариант нанесения конечно-разностной сетки*

Геометрия секторов ВУ задается параметрами: R_1 – внешний радиус секторов; R_2 – внутренний радиус секторов (радиус стержня); R_3 – радиус цилиндрической части секторов; L – длина секторов ВУ; L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 – параметры, характеризующие геометрическую форму секторов. Описанная модельная задача реализуется для следующих значений геометрических параметров: R_1 = 5,0 см; R_2 = 1,0 см; R_3 = 3,5 см; L = 15,0 см; $L_1 = L_2 = L_4 = L_5$ = 2,0 см; L_3 = 7,0 см; Z_1 = 2,0 см, Z_2 = 4,0 см, Z_3 = 11,0 см, Z_4 = 13,0 см, $Z_Н$ = 5,5 см, $Z_Ц$ =7,5 см $Z_В$ =9,5 см. Длина гребёнки вдоль оси $0z$ составляет 4,0 см.

Ввиду равноправности трех секторов при нагружении, а также симметрии параметров НДС сектора относительно плоскости $0xz$, при численном анализе (как и представлении полученных результатов) рассматривается лишь половина $MNHG$ сектора, величина которого задается углом $\varphi \approx 60°$ (рис. 2, *а*).

Задача решается при следующих статических и геометрических граничных условиях для половины сектора:

нижний торец сектора $z = 0$:

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0,\ \sigma_z = P; \qquad (1)$$

верхний торец $z = L$:

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_z = 0; \qquad (2)$$

контактная поверхность "стержень-сектор ВУ", кроме гребёнки, (жесткая стенка со скольжением):

$$u = v = 0,$$
$$\sigma_{xz} n_x + \sigma_{yz} n_y = 0; \quad (\sigma_{rz} = 0)$$

гребёнка (жесткая стенка без скольжения):

$$u = v = 0,$$
$$\sigma_{xz} n_x + \sigma_{yz} n_y = CDB; \quad (\sigma_{rz} = CDB)$$

грань MN ($y = 0$):

$$v = 0, \quad \sigma_{yx} = \sigma_{yz} = 0;$$

контактные поверхности "труба-сектор ВУ" AB и EM (рис. 2, *б*) (жесткая стенка со скольжением):

$$u = v = 0,$$
$$\sigma_{xz} n_x + \sigma_{yz} n_y = 0; \quad (\sigma_{rz} = 0)$$

свободные поверхности BC и DE (равенство нулю проекций на оси координат действующего на наклонной площадке полного напряжения):

$$\sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z = 0,$$
$$\sigma_{yx} n_x + \sigma_y n_y + \sigma_{yz} n_z = 0,$$
$$\sigma_{zx} n_x + \sigma_{zy} n_y + \sigma_z n_z = 0,$$

свободная поверхность CD, задаваемая радиусом R_3 –

$$\sigma_x n_x^2 + \sigma_y n_y^2 + 2\sigma_{xy} n_x n_y = 0, \quad (\sigma_r = 0)$$
$$(\sigma_y - \sigma_x) n_x n_y + \sigma_{xy}(n_x^2 - n_y^2) = 0, \quad (\sigma_{r\varphi} = 0)$$
$$\sigma_{xz} n_x + \sigma_{yz} n_y = 0; \quad (\sigma_{rz} = 0)$$

свободная поверхность грани HG, для которой φ=60° (рис. 2, *а*) –

$$\sigma_x n_y^2 + \sigma_y n_x^2 - 2\sigma_{xy} n_x n_y = 0, \quad (\sigma_\varphi = 0) \qquad (3)$$
$$(\sigma_y - \sigma_x) n_x n_y + \sigma_{xy}(n_x^2 - n_y^2) = 0, \quad (\sigma_{r\varphi} = 0)$$
$$\sigma_{yz} n_x - \sigma_{zx} n_y = 0, \quad (\sigma_{z\varphi} = 0)$$

где σ_x, σ_y, σ_z, σ_{xy}, σ_{yz}, σ_{zx}, σ_{yx}, σ_{zy}, σ_{xz} – компоненты тензора напряжений; u, v, w – компоненты вектора перемещений в декартовой системе координат; n_x, n_y, n_z, – направляющие косинусы; σ_r, σ_φ, σ_z, $\sigma_{r\varphi}$, $\sigma_{\varphi z}$, σ_{zr}, $\sigma_{\varphi r}$, $\sigma_{z\varphi}$, σ_{rz} – компоненты тензора напряжений в цилиндрической системе координат r, φ, z.

Граничные условия на боковых поверхностях сектора ВУ в декартовых координатах получены с помощью формул преобразования компонентов тензора напряжения для цилиндрической системы координат. Поэтому для наглядности рядом с некоторыми статическими граничными условиями в скобках содержатся записи этих же условий в цилиндрической системе координат. На осевые перемещения w не накладывается ограничений.

Представленные ниже результаты получены на конечно-разностной сетке $(i\times j\times k) = (15\times 17\times 66)$ при реализации системы примерно 50500 линейных алгебраических уравнений методом верхней релаксации с выбором оптимального коэффициента релаксации ω_{opt}. Здесь i – количество узлов сетки по координате $x(r)$ (по толщине секторов), j – количество узлов сетки по координате $y(\varphi)$ (по окружности секторов), k – количество узлов сетки по координате z (по высоте секторов). В качестве критерия окончания итерационного процесса брались условия выполнения теоремы Клапейрона или равенства искомых величин перемещений в двух соседних итерациях и упругих соседних задачах с заранее заданной точностью.

Материал секторов – дюралюминий с плотностью $\rho = 0{,}0027$ кг/см^3 и значениями упругих констант: коэффициент Пуассона $\mu = 0{,}3$; модуль упругости $E = 70000$ МПа; модуль упрочнения $E_1 = E/5$; деформация начала текучести $e_s = 0{,}003$. Масса ВУ для заданной геометрии и выбранного материала равна 2,066 кг.

Величины действующих на сектора перегрузки и сдвиговых напряжений на гребёнке определяются из условия равенства нулю проекций всех внешних сил на ось $0z$ и для заданной величины давления $P = -250$ МПа составили $N \approx -48254{,}8$ и $CDB \approx -352{,}8$ МПа соответственно. Направление действия нагрузок N и CDB противоположно направлению движения сборки (направлению оси $0z$).

Распределение осевых напряжений σ_z, а также интенсивности напряжений σ_i и сдвиговых напряжений σ_{rz} по длине секторов (от значения осевой координаты $z = 0$ до $z = L$) вдоль плоскости симметрии $0xz$ ($\varphi = 0$, грань MN на рис. 2, *а*) у их внутренней поверхности $r = R_2$ представлены в таблице в строках $n = 1, 2, 3$.

В силу характера действующих внешних нагрузок осевые напряжения изначально являются определяющими в НДС метаемой сборки. Практически во всем объеме сектора ВУ эти напряжения сжимающие. Исключением является область на контактной поверхности "стержень-сектор ВУ" в районе гребёнки, где метаемый стержень крепится к секторам ВУ. Наибольшее значение напряжения $\sigma_z = -795$ МПа достигается непосредственно под гребёнкой. В нижней части гребёнки осевые напряжения $\sigma_z = -758$ МПа, будучи сжимающими, меняют знак и становятся растягивающими, достигая величины 385 МПа в самом ее верху. Помещенные в упомянутых строках таблицы другие напряжения также имеют максимальные значения на гребёнке.

Таблица. *Распределение напряжений в ячейках у внутренней поверхности сектора на плоскости симметрии 0xz вдоль оси 0z*

n	Напряжения, МПа	Осевые координаты z, см								
		0,050	4,875	5,375	**5,625**	**6,125**	**7,375**	**9,375**	10,10	14,80
1	σ_z	-250	-591	-795	**–758**	**–431**	**–118**	**385**	94,6	-2,8
2	σ_i	251	472	665	**733**	**646**	**558**	**505**	231	27,5
3	σ_{rz}	-1,0	-14,9	-85,6	**–216**	**–293**	**–310**	**–228**	-27,6	1,0
4	σ_z	-250	-398	-391	-384	-363	-294	-204	-187	-5,5
5	σ_i	245	282	297	302	304	277	177	148	34,6

Полужирным шрифтом выделена зона гребенки и относящиеся к ней результаты

Окружные напряжения σ_φ, также как и радиальные напряжения σ_r, являются сжимающими практически во всем объеме секторов. От нижнего торца постепенно, по мере увеличения осевой координаты z, напряжения σ_φ возрастают по абсолютной величине, достигнув на внутренней поверхности $r = R_2$ секторов в ячейке с величиной угла $\varphi \approx 0$ и осевой координаты $z = 5{,}375$ см, т.е. прямо под гребёнкой, наибольшего значения $\sigma_\varphi = -317$ МПа. Далее (по высоте сектора) окружные напряжения достаточно быстро уменьшаются.

О характере поведения осевых σ_z (*а*) и окружных σ_φ (*б*) напряжений по толщине секторов ВУ можно судить по представленным на рис. 3 результатам для нижней части гребёнки $z = 5{,}625$ см. Напряжения довольно резко уменьшаются по величине от внутренней поверхности секторов к их внешней поверхности $r = R_1$. Окружные напряжения, кроме того, уменьшаются от грани MN, для которой угол $\varphi = 0$, до нулевых значений на свободной поверхности – грани HG, как того требуют заданные граничные условия (3). По поводу выполнения статических граничных следует отметить, что одним из достоинств ВРМ является автоматическое выполнение этих условий (также как и выполнение уравнений равновесия) при минимизации функционала полной потенциальной энергии системы.

Результаты на рис. 3 были построены следующим образом. В плоскости $0xy$ для фиксированного значения координаты z на перпендикулярах из середин ячеек откладывались значения напряжений, которые для наглядности соединялись в двух направлениях линиями и образовывали некоторую поверхность.

В зону пластических деформаций попадает около 51 % объема секторов, включая примерно две третьих части (по высоте) гребёнки. На всю толщину сектора материал деформируется пластически от координаты $z \approx 2{,}7$ см до $z \approx 8{,}35$ см. Значения интенсивности деформаций e_i увеличиваются при

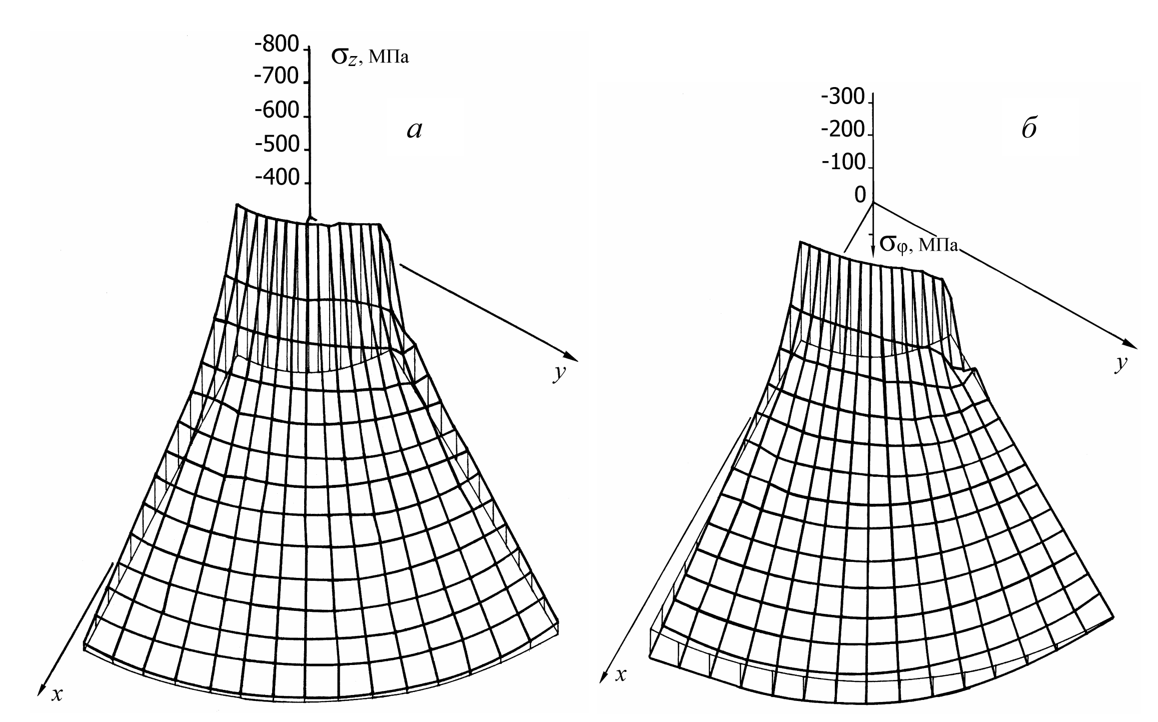


Рис. 3. *Распределение а) осевых σ_z и б) окружных σ_φ напряжений в координатной плоскости 0xy сектора ВУ в нижней части гребёнки z = 5,625 см*

приближении к гребёнке, как от торца $z = 0$, так и по радиусу от внешней поверхности сектора.

На рис. 4 кривой 1 представлено распределение осевых напряжений σ_z на внутренней поверхности секторов вдоль оси z для значения угла $\varphi = 0$. На гребёнке (она обозначена штриховкой) имеет место большая неравномерность распределения внутренних напряжений. При движении сборки в трубе МУ в нижней части гребёнки возникают большие сжимающие осевые напряжения, приложенные к нижним виткам резьбы. В верхней же ее части – несколько меньшие по величине растягивающие напряжения, которые приложены к верхним виткам. Амплитуда изменения этих напряжений вдоль гребёнки длиною 4,0 см составляет $\Delta\sigma_z = 1180$ МПа. Наибольшие значения величин интенсивности деформаций секторов находятся на этом участке их внутренней поверхности. Максимальное значение параметра $(e_i)_{\max} \approx 0{,}0404$ имеет место в нижней части гребёнки для значения осевой координаты $z = 5{,}625$ см и угла $\varphi \approx 54{,}4°$ вблизи грани HG. Поэтому, учитывая резкое изменение осевого напряжения на гребёнке, и то, что остальные напряжения достигают наибольших значений также на гребёнке, можно сделать вывод о том, что этот участок внутренней поверхности секторов является наиболее опасным с точки зрения нарушения целостности ВУ и всей сборки при метании.

Описанная неравномерность распределения напряжений по величине и направлению характерна для небольшого объема сектора, находящегося у гребёнки, и носит локальный характер. Из представленных на рис. 3 результатов видно, что по мере удаления от гребёнки в направлении внешней поверхности $r = R_1$ и грани HG напряжения достаточно быстро уменьшаются по величине. Так, при удалении от внутренней поверхности по радиусу на 0,44 см (толщина сектора этой его цилиндрической части равна 2,5 см), наибольшие значения напряжения σ_z уменьшаются до величин – 565 МПа и 97 МПа в нижней и верхней частях гребёнки соответственно, а амплитуда – до величины $\Delta\sigma_z = 660$ МПа. Выравнивание значений параметров НДС секторов наблюдается также и при удалении от гребёнки в сторону нижнего и, особенно, верхнего торца.

В строках $n = 4, 5$ таблицы и кривой 2 на рис. 4 представлены результаты, полученные при отсутствии стержня. В этом случае нагрузка на гребёнке $CDB = 0$, а перегрузка $N \approx -91167{,}1$. Напряжение σ_z без перемены знака согласно граничным условиям (1) и (2) плавно меняет свою величину по длине секторов от нижнего торца $z = 0$, где $\sigma_z = -250$ МПа, до практически нулевого значения на верхнем торце $z = L$. Аналогично поведение интенсивности напряжений σ_i. Сдвиговые напряжения σ_{rz} на поверхности практически отсутствуют. В зону пластических деформаций попадает 41 % объема секторов. Величина $(e_i)_{\max} \approx 0{,}0142$ примерно в 3 раза меньше, нежели при наличии стержня, и достигается в месте сопряжения конической поверхности BC и цилиндрической поверхности CD у внешней поверхности сектора для $\varphi \approx 30°$.

Таким образом, полученные результаты позволяют сформулировать следующий вывод. Причиной образования сложной упругопластической картины деформирования материала с изменяющими на небольшом пространстве у гребёнки свои знаки напряжениями и деформациями и приводящими к образованию зон пластических деформаций сложной конфигурации, распространяющихся на всю толщину секторов ВУ, является приложенное на гребёнке внешнее сдвиговое напряжение CDB от метаемого стержня.

Для изготовления секторов ВУ могут применяться конструкционные материалы с меньшими значениями модуля упрочнения E_1. На рис. 4 кривая 3 получена для $E_1 = E/25$. Величина амплитуды на гребёнке $\Delta\sigma_z = 1380$ МПа. По сравнению с рассмотренным выше вариантом задачи величины напряжений изменились незначительно, но деформации выросли примерно в 4...4,7 раза. Пластически деформируется 61,6 % объема секторов ВУ. Наибольшая интенсивность деформаций увеличилась почти в 4,5 раза – $(e_i)_{max} \approx 0{,}1775$, что совершенно недопустимо для метаемой сборки.

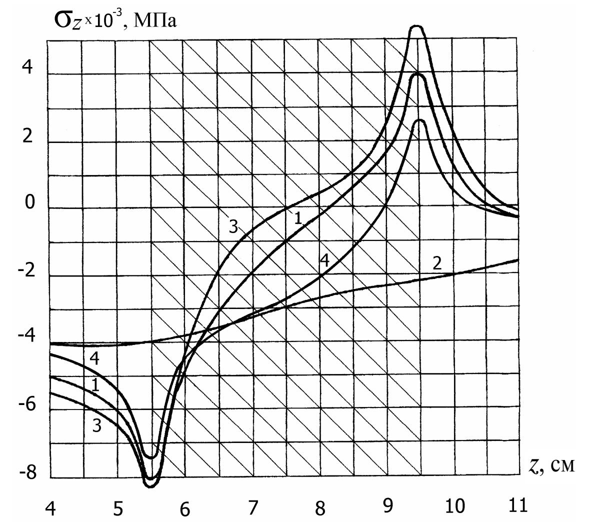


Рис. 4. *Распределение осевых напряжений σ_z на внутренней поверхности секторов вдоль продольной оси z для $\varphi = 0$. Штриховкой обозначена гребёнка. 1) основной вариант задачи (дюралюминиевые сектора); 2) основной вариант при отсутствии метаемого стержня; 3) основной вариант при $E_1 = E/25$; 4) сплав В95 [7]*

Одним из путей понижения уровня напряжений и деформаций в секторах ВУ при метании является использование материалов с более высокими значениями прочностных характеристик, которые "... должны: 1) иметь невысокие плотности и 2) выдерживать большие деформации не разрушаясь" [6].

Был проведен расчет НДС секторов, выполненных из сплава В95 [7], для которого $E_1 = E/50$, $e_s = 0{,}0085$. Вследствие того, что величины плотности материала и давления газа остались прежними, значения перегрузки и напряжения на гребёнке также не изменились. Распределение осевого напряжения σ_z по длине гребёнки представлено на рис. 4 кривой 4. Величина осевых напряжений на гребёнке уменьшилась, их амплитуда $\Delta\sigma_z = 920$ МПа. Максимальное значение интенсивности деформаций достигается в том же месте, что и для дюралюминиевых секторов, а его величина $(e_i)_{max} \approx 0{,}0142$ стала меньше почти в 3 раза. Зона пластических деформаций толщиною около 0,2 см располагается на внутренней поверхности секторов от значения координаты $z = 5{,}375$ см до $z = 6{,}375$ см. Всего 0,57 % объема секторов деформируются пластически. Таким образом, использование сплава В95 позволяет уменьшить на гребёнке значения напряжений и особенно деформаций.

Одновременно с применением новых материалов для конструирования секторов следует проводить исследование влияния их геометрии на НДС ВУ. Так, для понижения уровня напряжений и деформаций в секторах ВУ при метании стержня можно предложить достаточно очевидное техническое решение – увеличить площадь поверхности контакта метаемого стержня и секторов и (или) толщину их цилиндрической части. В последнем случае следует ожидать уменьшения величины осевой перегрузки, т.е. уменьшения скорости метания сборки.

3. Выводы

Созданы физическая и математическая модели для расчета трехмерного квазистатического упругопластического напряженно-деформированного состояния секторов ведущего устройства при метании стержня при нагружении их комбинацией поверхностных и массовых сил большой интенсивности.

Реализуемая в разработанном варианте вариационно-разностного метода методика решения пространственных упругопластических задач расчета ведущих устройств с использованием теории малых упругопластических деформаций и метода переменных параметров упругости дает возможность оценивать напряженно-деформированное состояние для случая диаграммы растяжения материала, достаточно близкой к пластическому течению.

Численный анализ деформирования ведущего устройства при метании выявил зону гребёнки, как наиболее нагруженный локальный участок секторов, где отмечается значительная неравномерность распределения напряжений и деформаций, способная привести к разрушению сборки. Причиной такого распределения параметров напряженно-деформированного состояния на гребёнки является нагрузка от метаемого стержня. Использование для секторов сплава В95 с более высокими прочностными характеристиками привело к значительному снижению уровня напряжений и деформаций на гребёнке.

Следует отметить, что созданная методика позволяет получать информацию обо всех параметрах пространственного напряженно-деформированного состояния с точностью до ячейки конечно-разностной сетки при проектировании и оценке прочности не только рассмотренного варианта сборки, но и других конструкций для широкого спектра внешних нагрузок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барашков В.Н. Численный анализ деформирования метаемого поддона // Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения: Сб. докл. II научн. конф. Волжского регион. центра РАРАН, г. Саров, 29 мая–01 июня 2001 г. – Саров: Изд-во РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2003. – С. 71–78.
2. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин: Учеб. пособие. – М.: Машиностроение, 1973. – 456 с.
3. Гриффин Д.С., Келлог Р.Б. Численное решение осесимметричных и плоских задач упругости // Механика: Сб. переводов. – М., 1968. – № 2 (108). – С. 111–125.
4. Барашков В.Н. Алгоритм реализации задачи теории упругости и пластичности вариационно-разностным методом. Ч. I // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 3. – С. 23–28.
5. Барашков В.Н. Алгоритм реализации задачи теории упругости и пластичности вариационно-разностным методом. Ч. II // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 4. – С. 23–27.
6. Барашков В.Н. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния метаемых сборок // Известия Томского политехнического университета. – 2004. – Т. 307. – № 1. – С. 29–33.
7. Башуров В.В., Бухарев Ю.Н., Терешин А.И., Тверсков А.В. Численное моделирование по программе SPH процессов соударения сферических ударников с преградами со скоростями 1–6 км/с // Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения: Сб. докл. II научн. конф. Волжского регион. центра РАРАН, г. Саров, 29 мая–01 июня 2001 г. – Саров: Изд-во РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2003. – С. 23–33.

УДК 533.6